

東海第二発電所	工事計画審査資料
資料番号	工認-231 改1
提出年月日	平成30年5月7日

V-5-39 計算機プログラム（解析コード）の概要
・ E n g i n e e r ' s S t u d i o

目次

1. はじめに	1
2. 解析コードの概要 (土木分)	3
3. Engineer's Studio の解析手法について	4
3.1 一般事項	4
3.2 解析コードの特徴	4
3.3 解析手法	4
3.4 解析フローチャート	10
3.5 検証(Verification)と妥当性(Validation)	11
4. 解析コードの概要 (竜巻分)	21
5. Engineer's Studio の解析手法について	22
5.1 一般事項	22
5.2 解析コードの特徴	22
5.3 解析手法	22
5.4 解析フロー	25
5.5 検証(Verification)と妥当性(Validation)	27

1. はじめに

本資料は、添付書類において使用した計算機プログラム（解析コード）Engineer's Studioについて説明するものである。

本解析コードを使用した添付書類を示す使用状況一覧，解析コードの概要を以降に記載する。

1.1 使用状況一覧

使用添付書類		バージョン
(土木分)		
V-2-2-33	S A用海水ピットの耐震性についての計算書	Ver. 6.00.04
V-2-10-4-2	S A用海水ピット取水塔の耐震性についての計算書	Ver. 6.00.04
V-2-10-4-3	海水引込み管の耐震性についての計算書	Ver. 6.00.04
V-2-10-4-5	緊急用海水取水管の耐震性についての計算書	Ver. 6.00.04
V-3-別添3-2-1	防潮堤（鋼製防護壁）の強度計算書	Ver. 6.00.04
V-3-別添3-2-2-1	防潮堤（鉄筋コンクリート防潮壁）の強度計算書	Ver. 6.00.04
(竜巻分)		
V-3-別添1-2-1-3	架構の強度計算書	Ver. 6.00.04

2. 解析コードの概要（土木分）

項目 \ コード名	Engineer's Studio
使用目的	応答変位法を用いた解析モデルによる断面力，変位の算定
開発機関	株式会社フォーラムエイト
開発時期	2009年
使用したバージョン	Ver. 6.00.04
計算機コードの概要	<p>Engineer's Studioは，3次元有限要素法（FEM）解析を行う解析コードである。主な特徴は下記のとおりである。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・土木建築構造物の部材を，1本の棒に見立てたはり要素や平面的に連続した平板要素でモデル化して構造物の応答解析を行い，断面力及び変位の算出を行う。 ・地盤の非線形性は，非線形バネ要素でモデル化することにより考慮する。
検証（Verification）及び 妥当性確認（Validation）	<p>本コードは，はり及び平板要素並びに非線形地盤バネを用いた静的応答変位法解析による断面力及び変位の算定に使用されている。</p> <p>【検証(Verification)】</p> <p>本解析コードの検証内容は以下のとおりである。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・本解析コードによる単純梁，単純平板モデルに対する解析結果と理論解が一致することを確認している。 ・本解析コードによる非線形地盤バネの履歴が想定している骨格曲線と一致していることを確認している。 ・本解析コードの運用環境について，開発機関から提示された要件を満足していることを確認している。 <p>【妥当性確認(Validation)】</p> <p>本解析コードの妥当性確認の内容は，以下のとおりである。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・検証内容のとおり，梁モデル，平板モデル，地盤バネについて検証していることから，解析の目的に照らして今回の解析に適用することは妥当である。

3. Engineer's Studioの解析手法について

3.1 一般事項

Engineer's Studioは土木・建築構造物の部位を1本の棒に見立てた梁要素や平面的に連続した平板要素でモデル化して、構造物の非線形挙動を解析できる3次元有限要素法（FEM）解析プログラムである。Engineer's Studioは、防潮堤躯体及び連続壁基礎の梁、板及び非線形地盤バネモデルの地震応答解析における断面力及び変位の算定に使用している。

3.2 解析コードの特徴

Engineer's Studioの主な特徴を以下に示す。

- ・構造物を1本棒に見立てたはり要素や平面的に連続した平板要素でモデル化して、構造物の応答解析を行い、断面力及び変位の算出が可能である。
- ・地盤の非線形性は、バネ要素でモデル化することにより考慮することが可能である。

3.3 解析手法

(1) 弾性梁要素

弾性梁要素は2節点を直線で結ぶ要素であり、軸方向の伸縮変形と2節点の回転変位を含む相対変位によって生じる曲げと捻れ変形に対して弾性の復元力を持つ要素である。

2節点要素であるから、3次元空間内にある要素両端自由度は12であり、要素の剛体としての変位を拘束する自由度は6個必要であるから、差し引き6個の自由度が要素の弾性変形を表す要素端変形となる。この要素端変形と仕事の対をなす力が要素端力である。言い換えれば、要素端に働く3つの力の内、6個は要素変形を生じさせ、6個は要素を支持する支点反力を意味する。この静定な支点条件要素座標系の設定によって、要素端力と要素端変形が確定する。

要素座標系として単純支持あるいは片持ち支持など考えることができる。本解析では要素座標系内における幾何学的非線形を考慮しないため、非線形解析では要素内の幾何学的非線形性の度合いに応じて解が異なる。一方、線形解析では要素座標系の取り方に解は依存しない。要素内の変形において、その幾何学的非線形性の影響が小さい支持条件が解析上合理的と言えるから、定義する要素座標系は、単純支持の支点条件を採用する。したがって、6個の要素端変形を次のように定義し、図示すれば、図3-1のとおりである。

$$\Delta l, \theta_x, \theta_{iy}, \theta_{iz}, \theta_{iy}, \theta_{iz}$$

ここに、サフィックス i, j は要素両端を表す。なお、図中の $\cdot ic\ eic$ と $\cdot jc\ eic$ は、要素端の回転変形成分の合成ベクトルである。

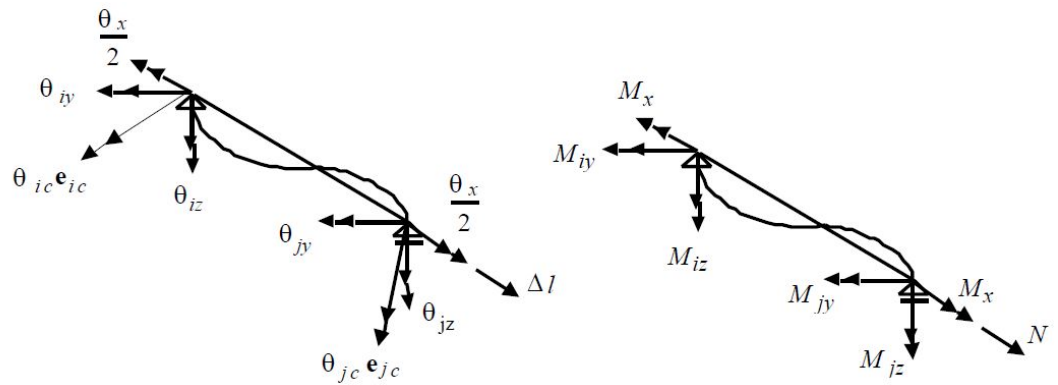


図3-1 要素端変形と要素端力

一方、要素端変形の仕事の対である要素端力は、要素両端を結ぶ弦方向の力 N 、弦回りの端モーメント M_x 、両端それぞれにおいて弦に直交する2軸回りの端モーメントとなる。まとめれば、

$$N, M_x, M_{iy}, M_{iz}, M_{jy}, M_{jz}$$

であり、これも図3-1に示すとおりである。

(2) 平板要素

Engineer's Studioで用いられているMindlin平板要素は有限要素法 (FEM) について記載されている一般的な参考書を参照している。以降は主要な点だけを述べるが、理論の詳細は下記文献に基づいている。

参考文献 (1)

Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L. The Finite Element Method. Fifth Edition. 2000. Vol. 1 The Basis. ISBN 0 7506 5049 4.

参考文献 (2)

The Finite Element Method. Fifth Edition. 2000. Vol. 2 Solid Mechanics. ISBN 0 7506 5055 9.

Engineer's Studioの板要素は3次元の平板要素であり、要素は3次元空間に平面を仮定する。要素は節点により定義される。Engineer's Studioは4つの異なる、3節点三角形、6節点三角形、4節点四角形と8節点四角形の平板要素に対応している。6節点及び8節点の平板要素は「セレンディピティ型」要素として知られている要素に属しており、この名前は、要素で使用されている形状関数に起因する。(詳細は参考文献 (1) 8.6章174ページを参照)

	Triangular			Quadrilateral		
Shape						
Nodes	3	6	4	4	8	8
Gauss Points	1	3	4	1	4	9
Gauss Level	1 <input checked="" type="checkbox"/>	2	3 <input checked="" type="checkbox"/>	1 <input checked="" type="checkbox"/>	2	3

Not supported n Standard node position n in the element description.

図3-2 平板要素のメッシュ要素

面内については、一般的な2次元平面応力モデルが適用される。（詳細は例えば、参考文献1の第4章「平面応力と平面ひずみ」を参照）

面外については、せん断、曲げ成分両方を考慮する。面外の曲げは、平板要素の厚みから得られる面内層のひずみを積分したもので、面外せん断モデルは線形弾性であり、その値は要素の厚さを通して全ての層で積分することで得られる。

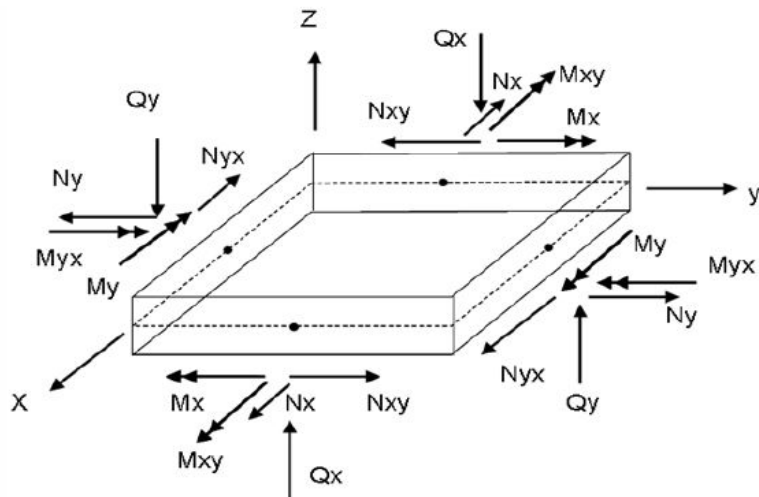


図3-3 平板要素断面力

(3) 地盤バネ

バネ要素は要素の長さがゼロあるいは無視できる要素に対して適用する。バネ要素両端に接続された2節点の変位から計算される要素両端の相対変位を要素変形と定義する。図3-4には要素変形を明確にするため、並進変形と回転変形を分離して示している。

並進変形及び回転変形の成分を求めるために必要となる変位後の要素座標系は、次のように決定する。節点変位と共に回転する要素端 i に設定された要素端座標系が、変位後の他端 j 要素端座標系に一致する回転を求める。この回転の半回転を i 端座標系に与えた回転後の座標系を要素座標系と定義する。並進変形の各成分は 2 節点を結ぶベクトルの要素座標軸成分であり、回転変形は i 端座標系が j 端座標系に一致する回転ベクトルを要素座標軸成分として求めたものになる。

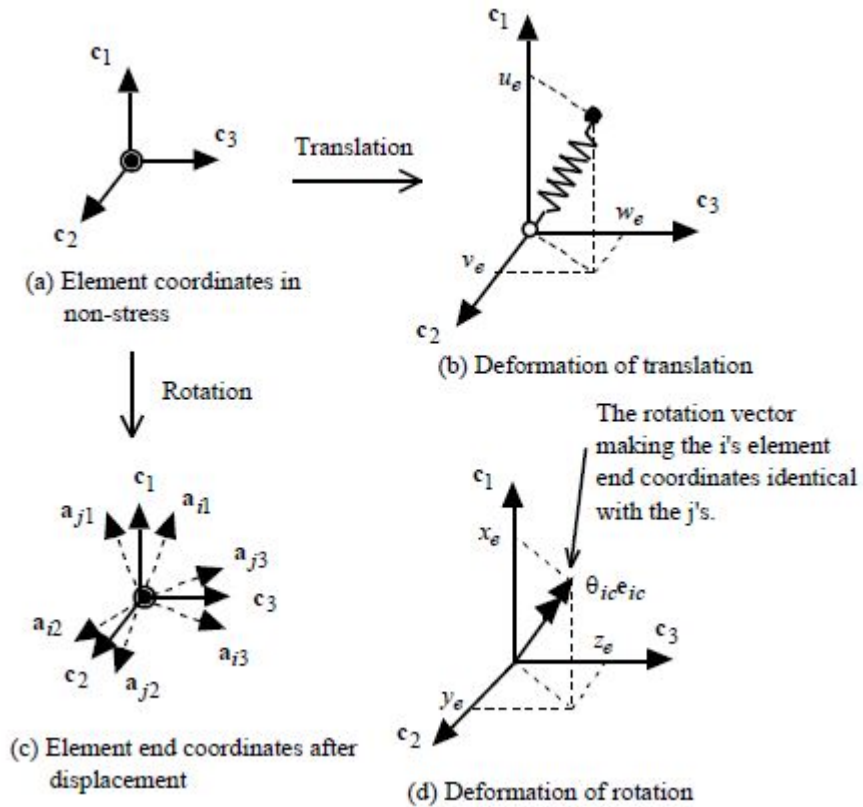


図3-4 バネ要素の要素変形と要素座標系

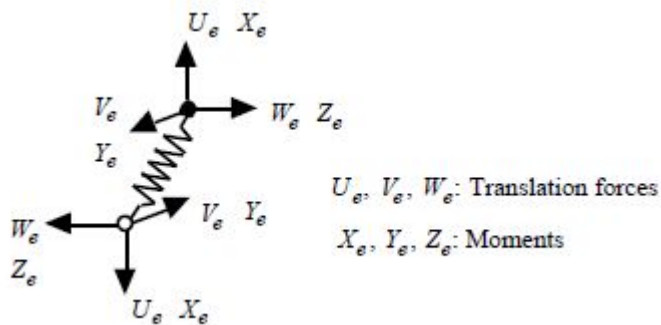


図3-5 バネ要素の要素端力

したがって、これら要素変形と仕事の対を成す要素端力は、図3-5に示すように、要素座標軸に平行であり要素両端で逆向きとなる3つの対をなす並進力と、要素座標軸周り両端逆向きの3対の端モーメントである。要素端に作用するそれぞれ6個の力の内、これら3並進力と3端モーメントの6つの力が独立である。要素端に作用する12の力の内、これら独立な端力を除く6つの力は3対の並進力に釣り合うべき端モーメントであることは明白であるが、これらの従属する力が要素両端にどのように作用するかは明確ではない。しかし、定義された要素座標系から厳密な適合条件により導かれる要素変形を節点変位により展開することによって、線形の適合条件が導かれるとともに、平衡条件式も同様に得ることができる。結果として、3並進力に釣り合うべき3つのモーメントを両端に均等に配分することにより生じる6つのモーメント（回転変形と対を成すモーメントとは異なるモーメント）が、従属な要素端力となる。

この要素座標系の大きな特徴は、バネ要素が接続される2節点の均等性が保証されることと、バネ要素長がゼロであっても幾何剛性が算出できる点にある。線要素に単純梁要素座標系を採用した場合、軸力をその要素長で割る幾何剛性が存在し、これ故に要素長ゼロが発生する要素に対しては単純梁要素座標系が適用できない。一方、片持ち梁要素座標系では幾何剛性にゼロ割は生じないものの、固定端側に接続される節点と自由端側に接続される節点では、要素内の幾何学的非線形を完全に取り入れない限り節点間の不均等性が現れ、片持ち梁要素座標系の与え方次第で解は異なることになる。ここで定義した要素座標系はこれらの問題点を解消できるものである。しかしながら、ゴム支承などのせん断変形が卓越し、要素長が確実に保証できる部材にこの要素座標系を適用した場合、せん断変形により見かけ上軸方向の圧縮変形が生じ、本来存在しない圧縮力を生み出すこととなり、実現象に対する精度の悪化は否めない。要素長ゼロの可能性が無い要素であれば、曲げ変形に加えてせん断変形を行う線要素として単純梁要素座標系を使用することが望ましい。本解析で使用するバネ要素においては、要素端力は仕事の対として対応する要素変形によってバネ定数から独立に決定されるものとし、他の要素変形との連成は無いものとする。要素変形と要素端力の関係は非弾性も可能とし、バネの復元力特性として、バイリニアあるいは一方向のみ復元力がバイリニアとなる非弾性性状を与えることができるものとする。

図3-6に示す2重節点（要素両端の変位が1つ以上の自由度について一致する節点）は、このバネ要素で設定するものとする。非線形解析においては、変位が一致する方向は節点変位と共に変化するため、厳密な適合条件から求めた変位後の要素座標系を使用して、2重節点における変位が一致する方向を確定する必要がある。

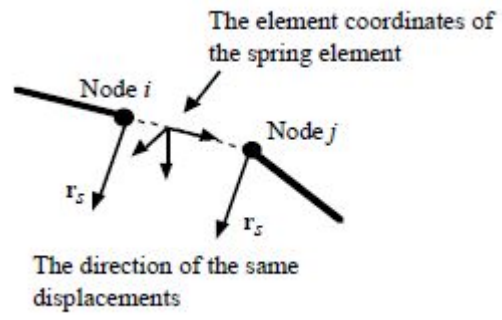


图3-6 2重节点

3.4 解析フローチャート

解析フローチャートを図3-7に示す。

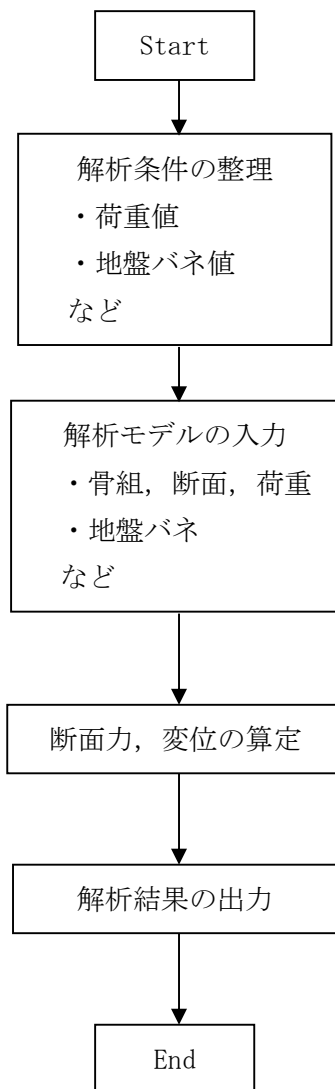


図3-7 解析フローチャート

3.5 検証(Verification)と妥当性(Validation)

(1) 理論解との比較による検証

梁モデル並びに平板モデルについては、単純梁、単純板の理論解と比較を行う。地盤バネについては、単純なモデルで地盤バネの履歴が想定している骨格曲線と一致しているかを確認し検証を行う。

a. 梁モデル

単純梁モデルに等分荷重を載荷した時の最大曲げモーメント，最大せん断力，最大たわみの理論解と解析結果の比較を行う。

- ・解析モデル

解析モデルは図3-8に示すモデルとし，解析条件は下記のとおりとする。

- ・長さ l : 10 (m)
- ・ヤング係数 E : 25000 N/mm² → 25000000 kN/m²
- ・断面二次モーメント I : 1 m⁴
- ・等分布荷重 q : 10 kN/m

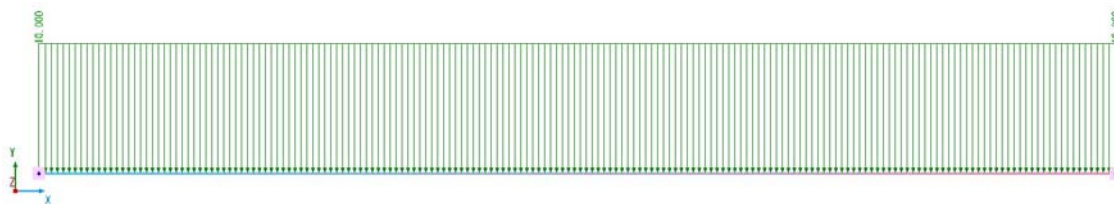


図3-8 解析モデル図(梁モデル)

この条件での最大曲げモーメント，最大せん断力，最大たわみの理論解は，構造力学公式集より以下のとおりとなる。

$$\text{最大曲げモーメント } M_{\max} = q l^2 / 8 = (10 \times 10^2) / 8 = 1000 / 8 = 125 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\text{最大せん断力 } S_{\max} = q l / 2 = (10 \times 10) / 2 = 50 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \text{最大たわみ } y_{\max} &= 5 q l^4 / 384 E I = (5 \times 10 \times 10^4) / (384 \times 25000000 \times 1) = 5.20833 \times 10^{-5} \text{ m} \\ &= 0.052083 \text{ mm} \end{aligned}$$

Engineer's Studioの曲げモーメントの算出結果を図3-9に，せん断力の算出結果を図3-10に，たわみの算出結果を図3-11に示す。

最大曲げモーメント $M_{z p m a x} = 125 \text{ kN}\cdot\text{m}$

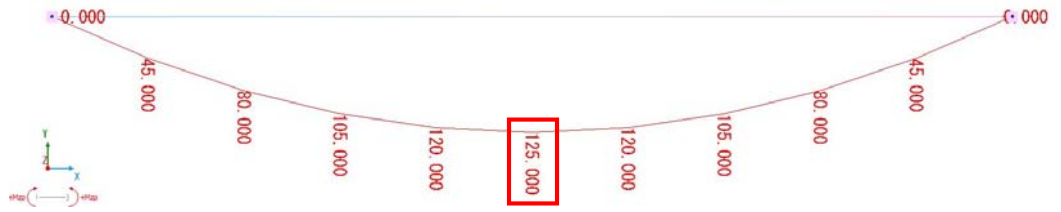
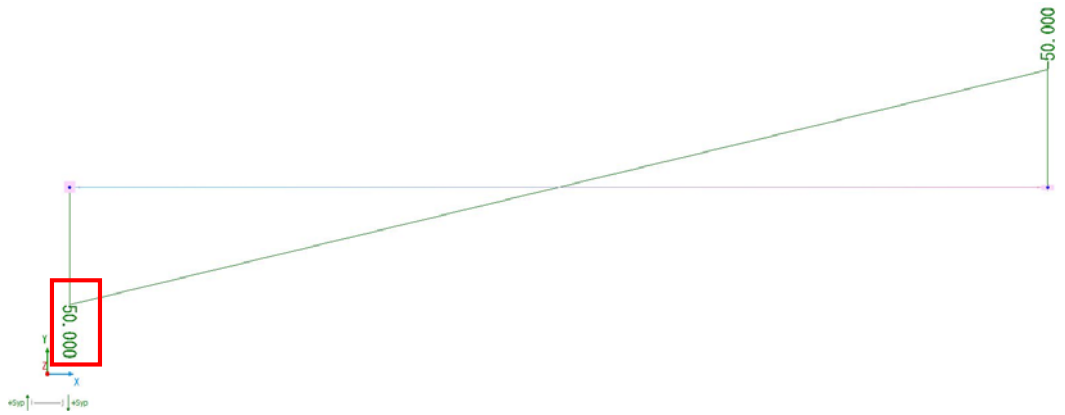


図3-9 曲げモーメントの算出結果



最大せん断力 $S_{y p m a x} = 50 \text{ kN}$

図3-10 せん断力の算出結果

最大たわみ $\delta y_{max} = -0.052083$ mm

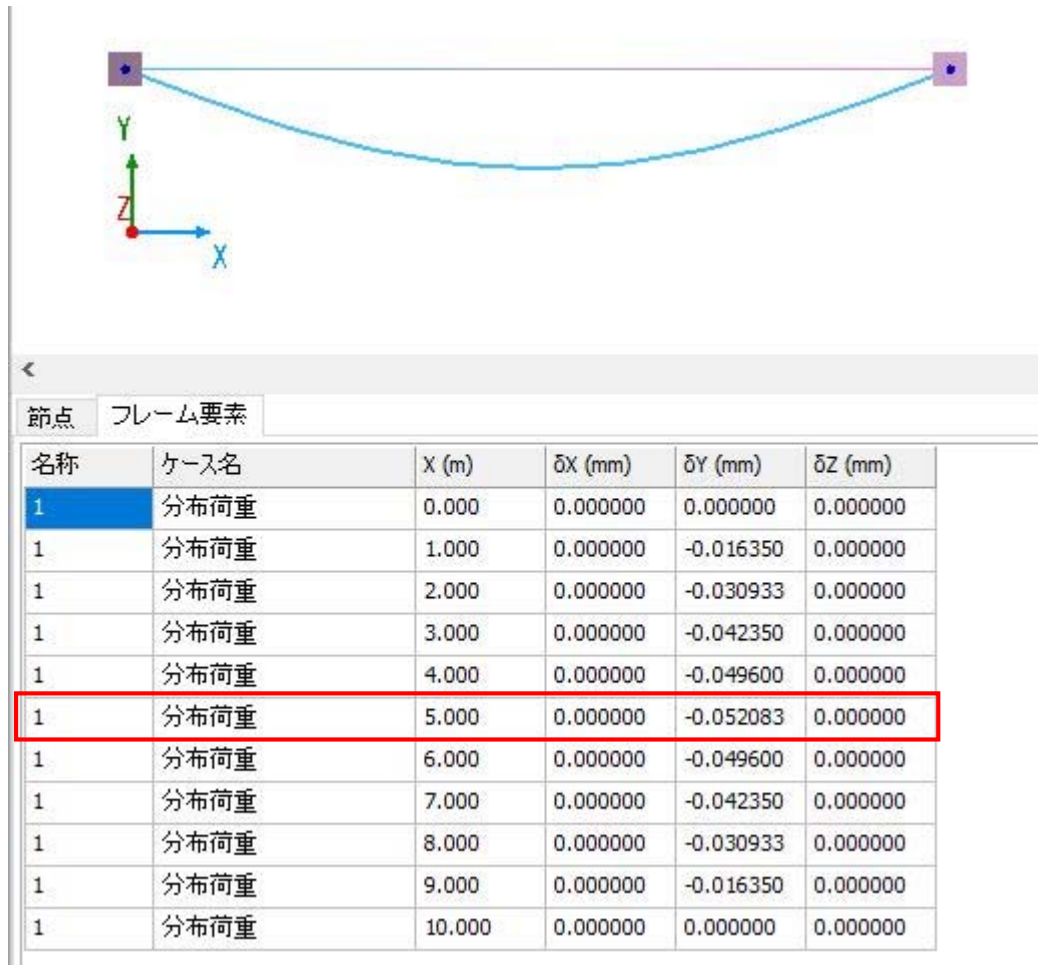


図3-11 たわみの算出結果

表3-1 理論解と解析結果の比較

対象		理論解	解析結果	比率
最大曲げモーメント	(kN・m)	125	125	100.0%
最大せん断力	(kN)	50	50	100.0%
最大たわみ	(mm)	0.052083	-0.052083	100.0%

最大曲げモーメント，最大せん断力，最大たわみが理論解と解析結果で一致しており，断面力，変位が正しく算出されていることが確認できる。

b. 平板要素

4辺固定の単純板に等分布荷重を載荷した時の曲げモーメントの理論解と解析結果の比較を行う。

- ・解析モデル

解析モデルは図3-12に示すモデルとし、解析条件は下記のとおりとする。

- ・長さ $a, b : 4 \text{ m}$
- ・等分布荷重 $p_0 : 50 \text{ kN/m}$
- ・ポアソン比 $\nu : 0.3$

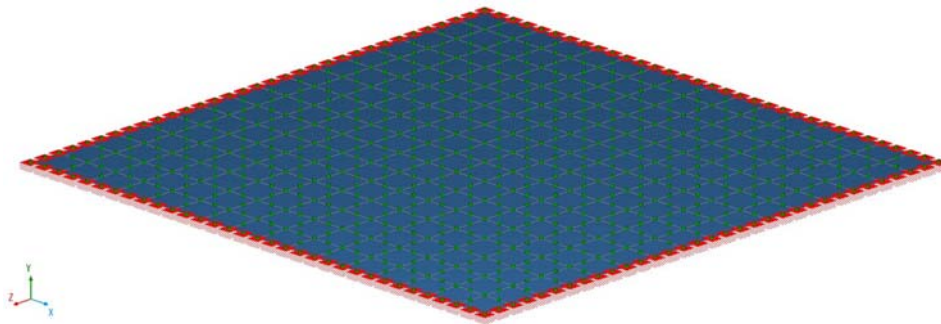


図3-12 解析モデル図（平板要素）

この条件での最大曲げモーメント，最大たわみの理論解は，構造力学公式集より以下のとおりとなる。

$b/a = 4/4 = 1.0$ より，端部の $\beta_1 = -0.0513$ ，中央部 $\beta_2 = 0.0231$

端部曲げモーメント $M_1 = \beta_1 \times p_0 \times a^2 = -0.0513 \times 50 \times 4^2 = -41.04 \text{ kN}\cdot\text{m}$

中央曲げモーメント $M_2 = \beta_2 \times p_0 \times a^2 = 0.0231 \times 50 \times 4^2 = 18.48 \text{ kN}\cdot\text{m}$

Engineer's Studioの端部及び中央部の曲げモーメントの結果が下記のとおりである。

端部曲げモーメント $M_{x1} = -40.07 \text{ kN}\cdot\text{m}$

中央曲げモーメント $M_{x2} = 18.48 \text{ kN}\cdot\text{m}$

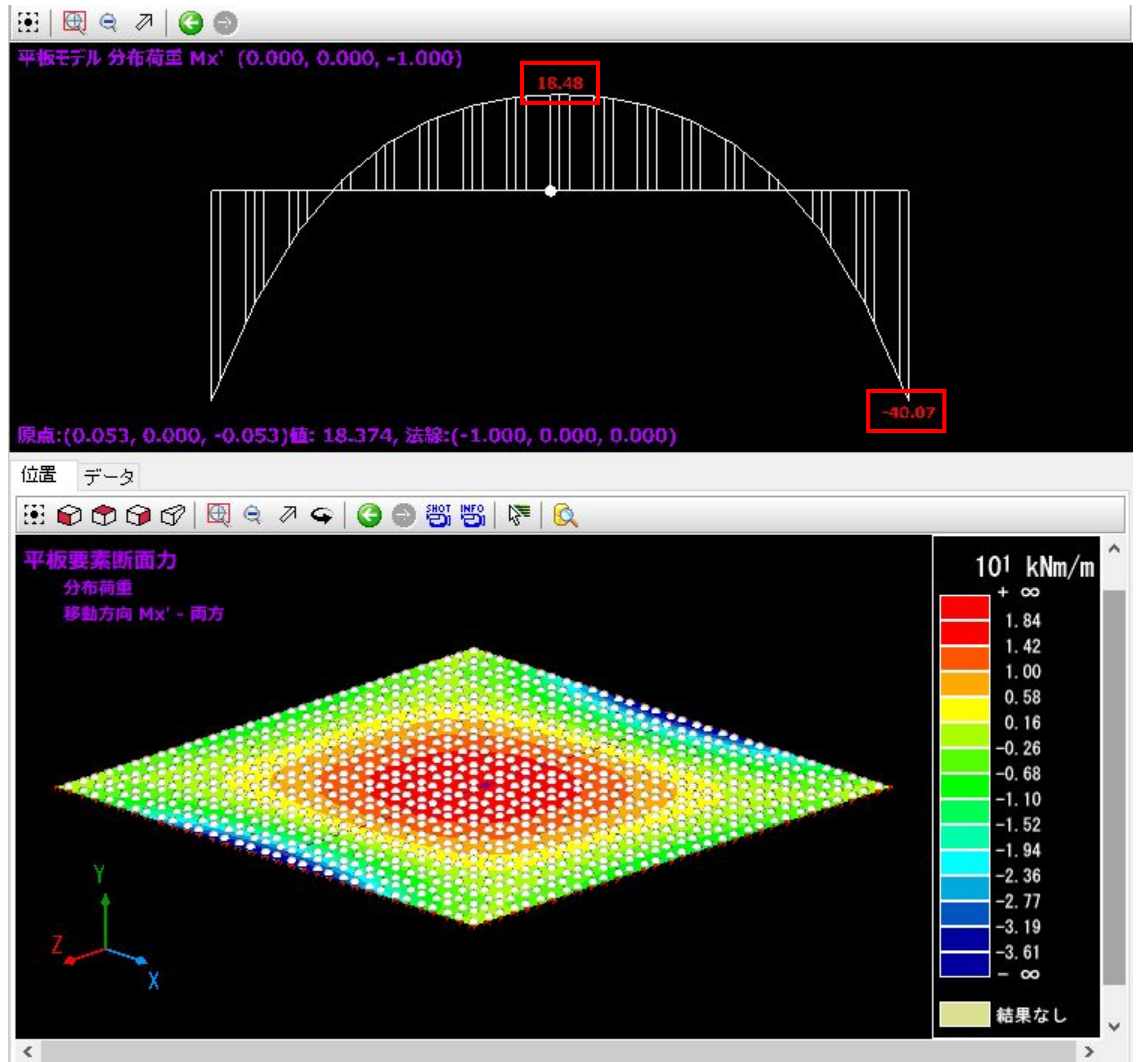


図3-13 曲げモーメントの算出結果

表3-2 理論解と解析結果の比較

対象		理論解	解析結果	比率
端部モーメント	($\text{kN}\cdot\text{m}$)	41.04	40.07	102.4%
中央モーメント	($\text{kN}\cdot\text{m}$)	18.48	-18.48	100.0%

曲げモーメントが理論解と解析結果でほぼ一致しており、断面力が正しく算出されていることが確認できる。

c. 地盤バネ

単純な地盤バネモデルに対して、増分荷重を载荷した時に、バネの応答履歴が想定している骨格曲線と一致しているか確認を行う。

・解析モデル

解析モデルは図3-14に示すモデルとし、解析条件は下記のとおりとする。なお、モデル図としてわかりやすくするため、バネ要素に長さを持たせているが、解析上の長さは無視して計算され、影響はない。

- ・バネの初期剛性 $K1 : 100 \text{ kN/m} \rightarrow 0.1 \text{ kN/mm}$
- ・バネの二次剛性 $K2 : 0 \text{ kN/m}$
- ・バネの降伏変位 $\delta 1 : -100 \text{ mm}$
- ・载荷荷重 P : 水平強制変位 10 mm を20ステップ増分载荷。(最終変位 $= 10 \times 20 = 200 \text{ mm}$)



図3-14 解析モデル(地盤バネ)

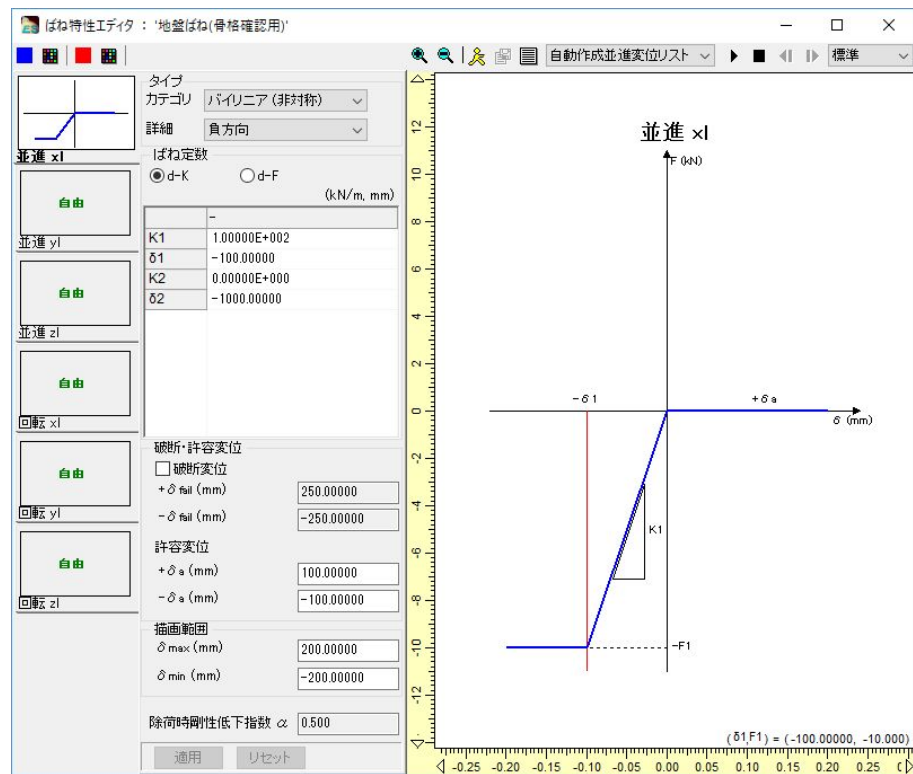


図3-15 バネの骨格曲線

この条件では、水平変位 10 mm に対し、バネ反力は 1 kN ずつ増加し、降伏変位 100 mm (100 ステップ) 以降の反力は変化しない。

Engineer's Studio の解析結果は図 3-16 のとおりである。

骨格曲線と解析結果の比較

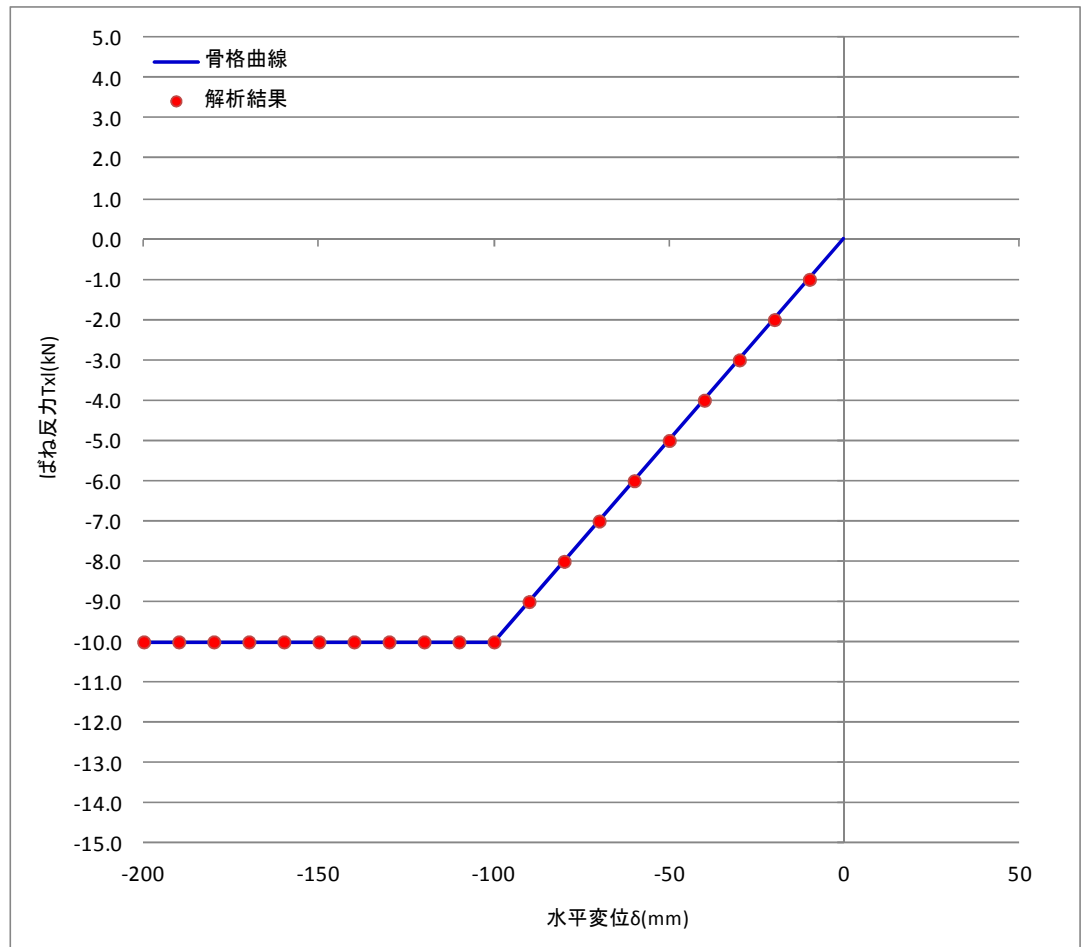


図3-16 骨格曲線と解析結果の比較結果

バネの応答履歴及び数値解析結果

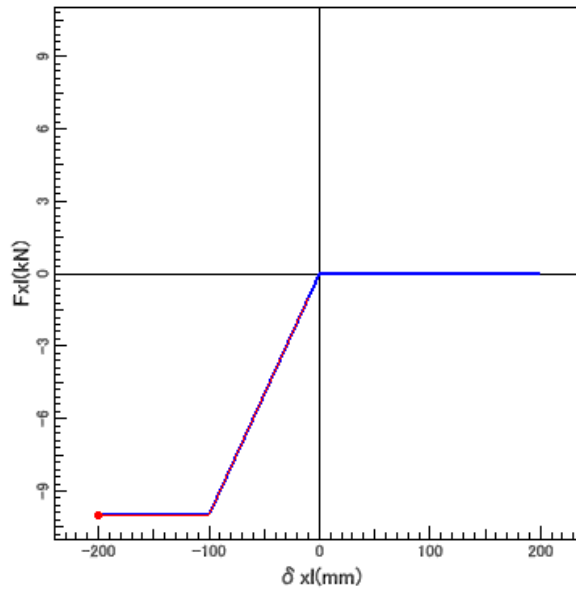


図3-17 バネの応答履歴

ナビゲーション		グラフ 強制変位増分					
ステップ	δx_l (mm)	T_{x_l} (kN)	δy_l (mm)	T_{y_l} (kN)	δz_l (mm)	T_{z_l} (kN)	
1	-10.00000	-1.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	
2	-20.00000	-2.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	
3	-30.00000	-3.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	
4	-40.00000	-4.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	
5	-50.00000	-5.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	
6	-60.00000	-6.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	
7	-70.00000	-7.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	
8	-80.00000	-8.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	
9	-90.00000	-9.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	
10	-100.00000	-10.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	
11	-110.00000	-10.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	
12	-120.00000	-10.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	
13	-130.00000	-10.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	
14	-140.00000	-10.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	
15	-150.00000	-10.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	
16	-160.00000	-10.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	
17	-170.00000	-10.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	
18	-180.00000	-10.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	
19	-190.00000	-10.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	
20	-200.00000	-10.000	0.00000	0.000	0.00000	0.000	

図3-18 数値解析結果

表3-3 理論解と解析結果の比較

ステップ	水平変位			ばね反力		
	δx_l (mm)			F _{x1} (kN)		
	理論解	解析結果	比率	理論解	解析結果	比率
1	-10.000	-10.000	100.0%	-1.000	-1.000	100.0%
2	-20.000	-20.000	100.0%	-2.000	-2.000	100.0%
3	-30.000	-30.000	100.0%	-3.000	-3.000	100.0%
4	-40.000	-40.000	100.0%	-4.000	-4.000	100.0%
5	-50.000	-50.000	100.0%	-5.000	-5.000	100.0%
6	-60.000	-60.000	100.0%	-6.000	-6.000	100.0%
7	-70.000	-70.000	100.0%	-7.000	-7.000	100.0%
8	-80.000	-80.000	100.0%	-8.000	-8.000	100.0%
9	-90.000	-90.000	100.0%	-9.000	-9.000	100.0%
10	-100.000	-100.000	100.0%	-10.000	-10.000	100.0%
11	-110.000	-110.000	100.0%	-10.000	-10.000	100.0%
12	-120.000	-120.000	100.0%	-10.000	-10.000	100.0%
13	-130.000	-130.000	100.0%	-10.000	-10.000	100.0%
14	-140.000	-140.000	100.0%	-10.000	-10.000	100.0%
15	-150.000	-150.000	100.0%	-10.000	-10.000	100.0%
16	-160.000	-160.000	100.0%	-10.000	-10.000	100.0%
17	-170.000	-170.000	100.0%	-10.000	-10.000	100.0%
18	-180.000	-180.000	100.0%	-10.000	-10.000	100.0%
19	-190.000	-190.000	100.0%	-10.000	-10.000	100.0%
20	-200.000	-200.000	100.0%	-10.000	-10.000	100.0%

以上より、バネの応答履歴が想定している骨格曲線と一致していることが確認できる。

(2) 使用内容に対する妥当性

鉄筋コンクリート防潮壁，鋼製防護壁，海水引込み管及び緊急用海水取水管の梁，板及び非線形地盤バネモデルの地震応答解析における断面力及び変位の算定にEngineer's Studioを使用することは，次の通り検証されており，妥当である。

- ・検証の内容のとおり，梁モデル，平板モデル，地盤バネについて検証していることから，解析の目的に照らして今回の解析に適用することは妥当である。

4. 解析コードの概要（竜巻分）

項目	コード名 Engineer's Studio
使用目的	3次元骨組みモデルによる断面力，変位ならびに固有周期の算定
開発機関	株式会社フォーラムエイト
開発時期	2009年
使用したバージョン	Ver. 6.00.04
計算機コードの概要	<p>Engineer's Studioは，3次元有限要素法（FEM）解析を行う解析コードである。主な特徴は下記のとおりである。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・土木建築構造物の部材を，1本の棒に見立てた梁要素や平面的に連続した平板要素でモデル化して構造物の応答解析ならびに固有値解析を行い，断面力及び変位ならびに固有周期の算出を行う。
検証（Verification） 及び 妥当性確認 （Validation）	<p>本コードは，海水ポンプ室周りの竜巻防護施設の設計において，梁要素を用いた静的応答解析による断面力及び変位の算定ならびに梁要素を用いた固有値解析による固有周期の算定に使用されている。</p> <p>【検証(Verification)】 本解析コードの検証内容は以下のとおりである。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・本解析コードによる単純梁モデルに対する応答解析結果と理論解が一致することを確認している。 ・本解析コードによる固有値解析結果と理論解が一致することを確認している。 ・本解析コードの運用環境について，開発機関から提示された要件を満足していることを確認している。 <p>【妥当性確認(Validation)】 本解析コードの妥当性確認の内容は，以下のとおりである。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・検証内容のとおり，梁モデル，固有値解析について検証していることから，解析の目的に照らして今回の解析に適用することは妥当である。

5. Engineer's Studioの解析手法について

5.1 一般事項

Engineer's Studioは土木・建築構造物の部位を1本の棒に見立てた梁要素や平面的に連続した平板要素でモデル化して、構造物の非線形挙動を解析できる3次元有限要素法（FEM）解析プログラムである。Engineer's Studioは、梁要素を用いた静的応答解析による断面力及び変位の算定ならびに梁要素を用いた固有値解析による固有周期の算定に使用している。

5.2 解析コードの特徴

Engineer's Studioの主な特徴を以下に示す。

- ・土木建築構造物の部材を、1本の棒に見立てた梁要素や平面的に連続した平板要素でモデル化して構造物の応答解析ならびに固有値解析を行い、断面力及び変位ならびに固有周期の算出を行う。

5.3 解析手法

(1) 弾性梁要素

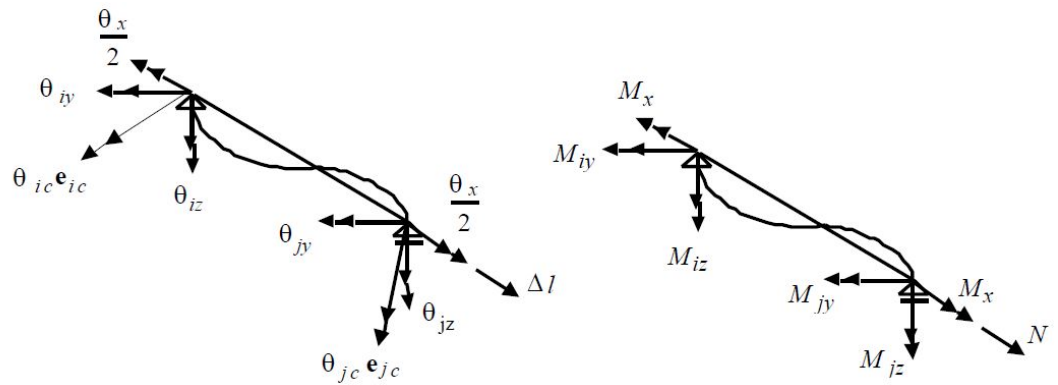
弾性梁要素は2節点を直線で結ぶ要素であり、軸方向の伸縮変形と2節点の回転変位を含む相対変位によって生じる曲げと捻れ変形に対して弾性の復元力を持つ要素である。

2節点要素であるから、3次元空間内にある要素両端自由度は12であり、要素の剛体としての変位を拘束する自由度は6個必要であるから、差し引き6個の自由度が要素の弾性変形を表す要素端変形となる。この要素端変形と仕事の対をなす力が要素端力である。言い換えれば、要素端に働く3つの力の内、6個は要素変形を生じさせ、6個は要素を支持する支点反力を意味する。この静定な支点条件要素座標系の設定によって、要素端力と要素端変形が確定する。

要素座標系として単純支持あるいは片持ち支持など考えることができる。本解析では要素座標系内における幾何学的非線形を考慮しないため、非線形解析では要素内の幾何学的非線形性の度合いに応じて解が異なる。一方、線形解析では要素座標系の取り方に解は依存しない。要素内の変形において、その幾何学的非線形性の影響が小さい支持条件が解析上合理的と言えるから、定義する要素座標系は、単純支持の支点条件を採用する。したがって、6個の要素端変形を次のように定義し、図示すれば、第5-1図のとおりである。

$$\Delta l, \theta_x, \theta_{iy}, \theta_{iz}, \theta_{iy}, \theta_{iz}$$

ここに、サフィックス i, j は要素両端を表す。なお、図中の $\cdot ic\ eic$ と $\cdot jc\ eic$ は、要素端の回転変形成分の合成ベクトルである。



第5-1図 要素端変形と要素端力

一方、要素端変形の仕事の対である要素端力は、要素両端を結ぶ弦方向の力 N 、弦回りの端モーメント M_x 、両端それぞれにおいて弦に直交する2軸回りの端モーメントとなる。まとめれば、

$$N, M_x, M_{iy}, M_{iz}, M_{jy}, M_{jz}$$

であり、これも第5-1図に示すとおりである。

(2) 固有値解析

固有値解析では、減衰のない自由振動の運動方程式

$$[M] \{x''\} + [K] \{x\} = 0 \quad \text{---(1)}$$

[M] : モデル全体の質量マトリクス

[K] : モデル全体の剛性マトリクス (初期剛性)

{x''} : 節点の加速度ベクトル

{x} : 節点の変位ベクトル

から出発して、以下のように固有値(固有振動数, 固有モード)を求める。

式(1)の解を

$$\{x\} = \{X\} \cdot \exp(i\omega t)$$

ただし、

$$\{X\} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}^T \quad (\text{^Tは転置を意味する})$$

i : 虚数単位

t : 時間

ω : 固有円振動数で、固有振動数 f との関係は $\omega = 2\pi f$

とおくと、式(1)は

$$([K] - \omega^2 \cdot [M]) \cdot \{X\} = 0 \quad \text{---(2)}$$

となる。

これを満足する ω^2 と $\{X\}$ を求める。 $\{X\} = 0$ は静止状態を表すので振動問題では興

味がなく、通常は $\{X\} = 0$ 以外の解を持つことを考える。そのためには係数行列の行列式がゼロでなければならない。

$$|[K] - \omega^2 \cdot [M]| = 0$$

これを解くと、 n 個の正根 $\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2$ が得られる ($\omega_1 < \omega_2 < \dots, < \omega_n$)。 ω_i を第 i 次の固有円振動数と呼ぶ。 ω_i を (2) 式に代入して得られる方程式から $\{X\}$ の各成分の比が求まる。

$$\{X_i\} = (X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{ni})^T$$

$\{X_i\}$ を第 i 次の固有振動形または基準振動形と呼ぶ。

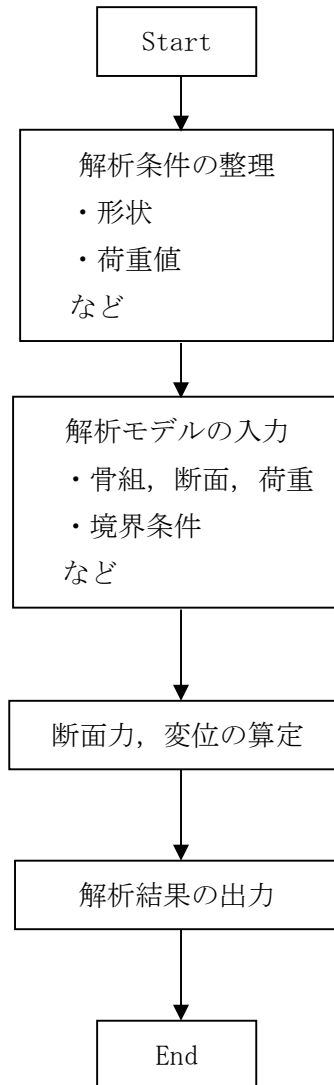
$\{X_i\}$ は各成分の相対的な比率で構成される固有ベクトルなので一意的ではないが、特に次の条件を満たす $\{X_i\}$ を $\{\phi_i\}$ で表し、正規化された基準振動形と呼ぶ。

$$\{\phi_i\}^T \cdot [M] \cdot \{\phi_i\} = 1 \quad \text{--- (3)}$$

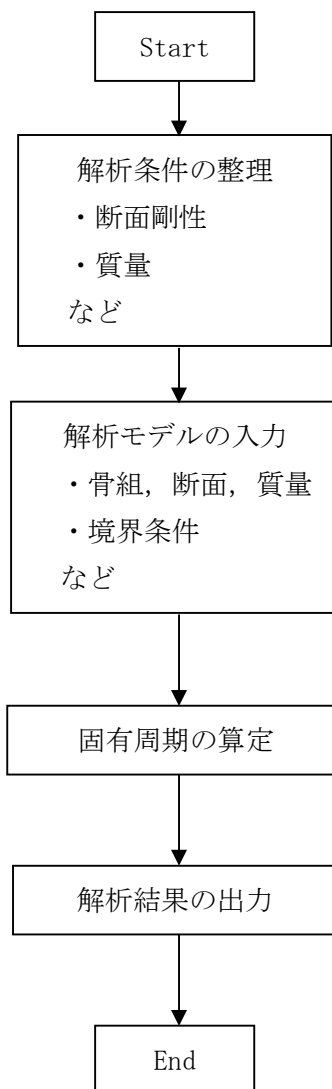
本プログラムにおいても、式 (3) により正規化された固有ベクトル $\{\phi_i\}$ を算出し、それを用いて刺激係数を求めている。

5.4 解析フロー

応答解析の解析フローを第5-7図に、固有値解析の解析フロー第5-8図に示す。



第5-7図 解析フロー(応答解析)



第5-8図 解析フロー(固有値解析)

5.5 検証(Verification)と妥当性(Validation)

(1) 理論解との比較による検証

応答解析、固有値解析のそれぞれについて、単純梁の理論解との比較を行う。

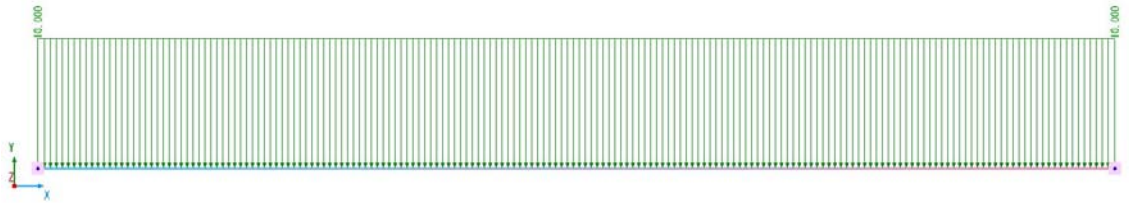
a. 応答解析

単純梁モデルに等分荷重を載荷した時の最大曲げモーメント、最大せん断力、最大たわみの理論解と解析結果の比較を行う。

・解析モデル

解析モデルは第5-8図に示すモデルとし、解析条件は下記のとおりとする。

- ・長さ l : 10 (m)
- ・ヤング係数 E : 25000 N/mm² → 25000000 kN/m²
- ・断面二次モーメント I : 1 m⁴
- ・等分布荷重 q : 10 kN/m



第5-9図 解析モデル図(梁モデル)

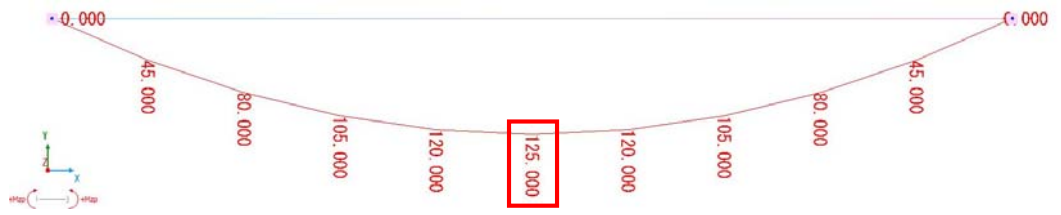
この条件での最大曲げモーメント、最大せん断力、最大たわみの理論解は、構造力学公式集より以下のとおりとなる。

$$\text{最大曲げモーメント } M_{\max} = q l^2 / 8 = (10 \times 10^2) / 8 = 1000 / 8 = 125 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

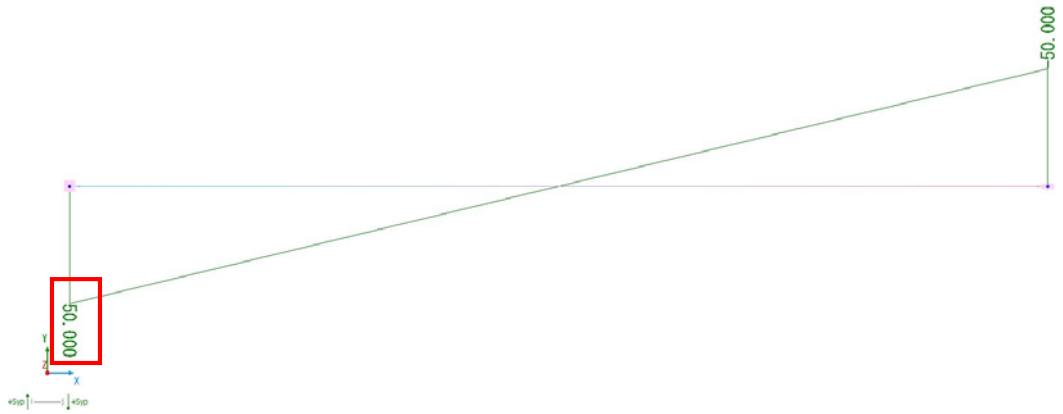
$$\text{最大せん断力 } S_{\max} = q l / 2 = (10 \times 10) / 2 = 50 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \text{最大たわみ } y_{\max} &= 5 q l^4 / 384 E I = (5 \times 10 \times 10^4) / (384 \times 25000000 \times 1) = 5.20833 \times 10^{-5} \text{ m} \\ &= 0.052083 \text{ mm} \end{aligned}$$

Engineer's Studioによる断面力の算出結果を第5-10図に、たわみの算出結果を第5-11図に示す。



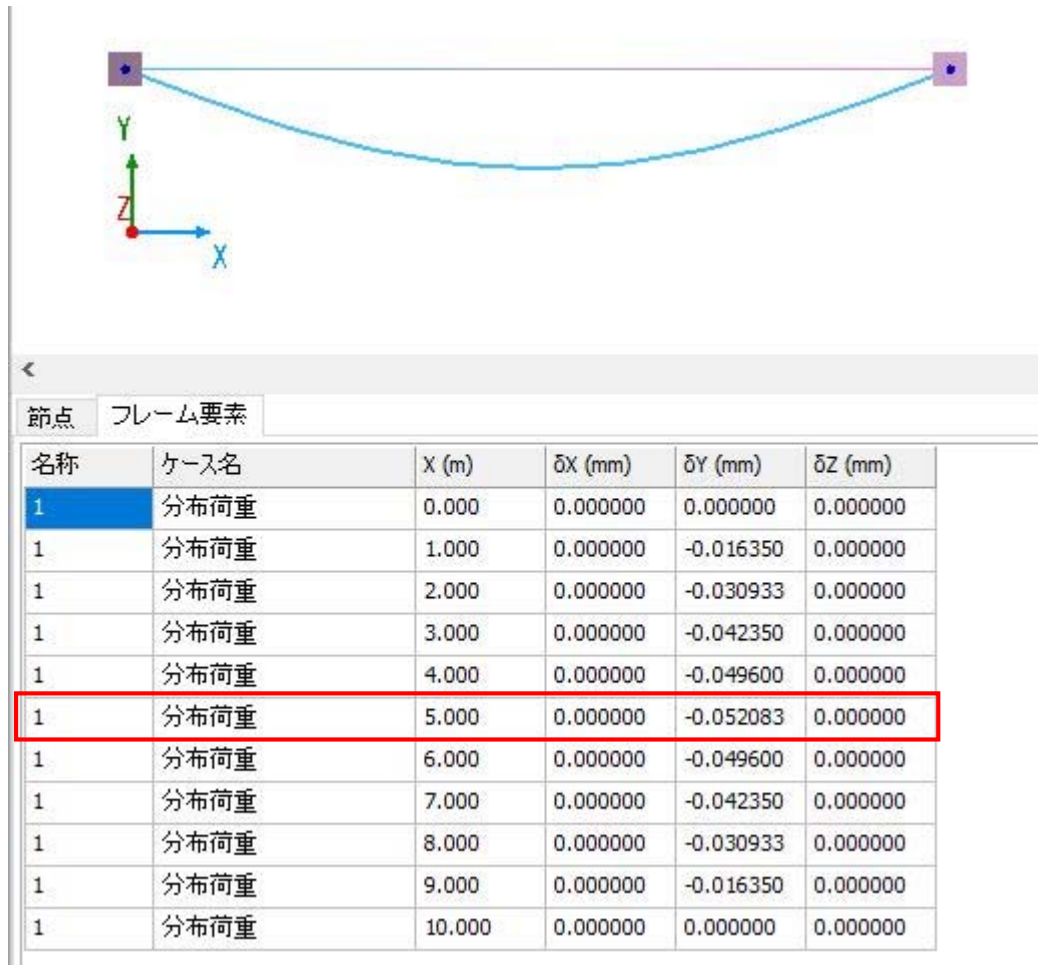
最大曲げモーメント $M_{z \text{ p m a x}} = 125 \text{ kN}\cdot\text{m}$



最大せん断力 $S_{y \text{ p m a x}} = 50 \text{ kN}$

第5-10図 断面力の算出結果

最大たわみ $\delta y_{max} = -0.052083 \text{ mm}$



第5-11図 たわみの算出結果

第5-1表 理論解と解析結果の比較

対象		理論解	解析結果	比率
最大曲げモーメント	(kN·m)	125	125	100.0%
最大せん断力	(kN)	50	50	100.0%
最大たわみ	(mm ²)	0.052083	-0.052083	100.0%

最大曲げモーメント，最大せん断力，最大たわみが理論解と解析結果で一致しており，断面力，変位が正しく算出されていることが確認できる。

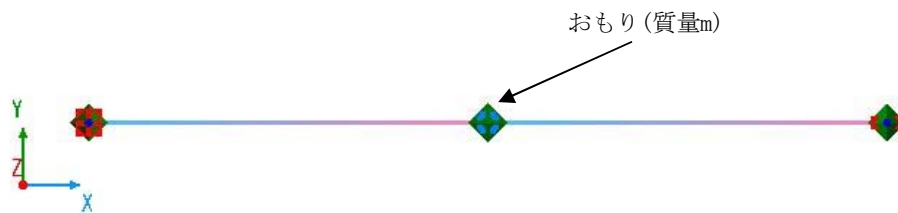
b. 固有値解析

単純梁モデルの固有値解析について、計算例と解析結果の比較を行う。

・解析モデル

参考とする計算例は「入門建設振動学 小坪 清真著 1996年 森北出版(株)」とし、P13-14の第2章 1自由度系の自由振動 2.3振動方程式の解の例題2.2とする。

第5-12図に示すような曲げ剛性EIが一定で長さ1の両端支持ばりの中点に質量mのおもりが乗り、梁の質量はおもりの質量に比し無視できるとした場合、上下振動の固有周期は以下の式で求められる。



第5-12図 解析モデル図(固有値解析)

$$\text{固有円振動数 } n = \sqrt{\frac{ml^3}{48EI}}$$

$$\text{固有周期 } T = \frac{2\pi}{n} = 2\pi\sqrt{\frac{ml^3}{48EI}}$$

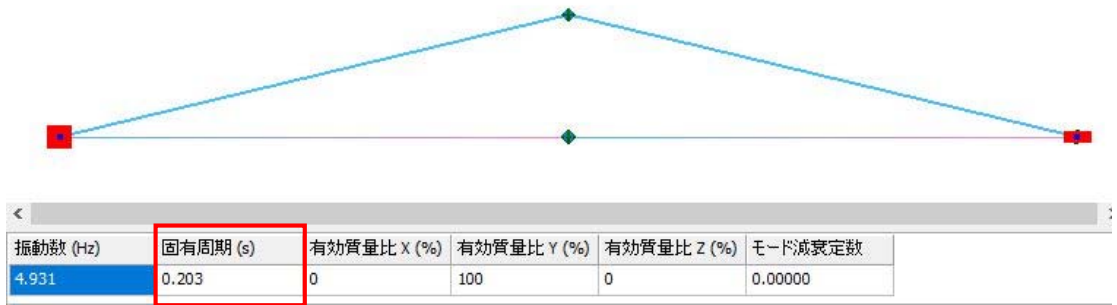
そこで、下記の解析条件で固有周期を求めて比較する。

- ・長さ $l : 1.0(\text{m})$
- ・質量 $m : 100(\text{ton})$
- ・断面2次モーメント $I : 0.0001(\text{m}^4)$
- ・ヤング係数 $E : 20000(\text{N/mm}^2) \rightarrow 20000000(\text{kN/m}^2)$

条件を算出式へ代入すると、固有周期は下記の通りとなる。

$$T = 2 \times 3.141596 \times \sqrt{\frac{100 \times 1^3}{48 \times 20000000 \times 0.0001}} = 0.20278 \cong 0.203(\text{s})$$

Engineer's Studio の固有値解析結果を第5-13図に示す。



第5-13図 固有値解析結果

第5-3表 理論解と解析結果の比較

対象		理論解	解析結果	比率
固有周期	(s)	0.203	0.203	100.0%

固有周期が理論解と解析結果で一致しており、固有値が正しく算出されていることが確認できる。

(2) 使用内容に対する妥当性

海水ポンプ室周りの竜巻防護施設の設計において、梁要素を用いた静的応答解析による断面力及び変位の算定ならびに梁要素を用いた固有値解析による固有周期の算定に使用することは、次の通り検証されており、妥当である。

- ・ 検証の内容のとおり、梁モデル、固有値解析について検証していることから、解析の目的に照らして今回の解析に適用することは妥当である。